Лекция №10. Динамическое описание систем

Функционирование сложной системы можно представить как совокупность двух функций времени: x(t) - внутреннее состояние системы; y(t) - выходной процесс системы. Обе функции зависят от u(t) - входного воздействия и от f(t) - возмущения.

Для каждого $t \in T$ существует множество $z \in Z$.

$Z=Z_1 \times Z_2 ... \times Z_n$ - множество n мерного пространства. Состояние системы z(t) - точка или вектор пространства Z с обобщенными координатами z_1, z_2, z_3, z_4, ..., z_n.

$U=T \times Z$ - фазовое пространство системы.

Детерминированная система без последствий

Детерминированная система без последствий - система состояние которой z(t) зависит только от z(t0) и не зависит от z(0) ... z(t0), т.е. z(t) зависит от z(t0) и не зависит от того каким способом система попала в состояние z(t0).

Для систем без последствия еее состояние можно описать как:

$z(t)= H\{t,t0,z(t0), (t, x_L]_{t0}^{t}\}$,

где $\{(t, x_L]_{t0}^{t}\}$ - множество всевозможных отрывков входных сообщений, соответствующих интервалу (t0, t]. H - оператор переходов системы.

$t\in T$, $t0\in T$, $z(t0) \in Z$, $(t, x_L]_{t0}^{t} \in \{(t, x_L]_{t0}^{t}\}$.

Формальная запись отображения:

$T \times T \times \{(t, x_L]_{t0}^{t}\} \rightarrow Z$.

Начальные условия $H\{t0, t0, z(t0), (t, x_L]_{t0}^{t0}\} = z(t0)$.

Если $(t, x_{L1}]_{t0}^{t} = (t, x_{L2}]_{t0}^{t}$, то $H\{t0, t, z(t0), (t, x_{L1}]_{t0}^{t}\} = H\{t0, t, z(t0), (t, x_{L2}]_{t0}^{t}\}$

Если $t0<t1<t2$ и $t0, t1, t2 \in T$, то $H\{t0, t2, z(t0), (t, x_L]_{t0}^{t2}\} = H\{t2, t1, z(t1), (t, x_{L2}]_{t1}^{t2}\}$, так как $(t, x_L]_{t0}^{t2}$ есть сочленение отрезков $(t, x_L]_{t0}^{t1}$ и $(t, x_L]_{t1}^{t2}$.

Оператор выходов системы G реализует отношение

$\{(t, t0)\} \times Z \times (t, x_L)_T\} \rightarrow Y$,

$y(t) = G(t, t0, z(t0), (t, x_{L2}]_{t0}^{t})$.

$(x, y) \in X \times Y$ - расширенное состояние системы.

Динамическая система без последствий (динамическая система Кламана) - упорядоченное множество $(T, X, Z, Y, \{(t, x_L)_T, H, G)$, удовлетворяющие поставленным выше требованиям:

1. T является подмножеством действительных чисел.
2. $\{(t, x_L)_T\}$- множество отображений $T \rightarrow X$, удовлетворяющие сочленению отрезков.
3. Оператор переходов H реализует $\{(t, t0)\} \times Z \times (t, x_L)_T\} \rightarrow Y$.
4. Оператор выходов системы G задается видом $y(t) = G(t, t0, z(t0), (t, x_{L2}]_{t0}^{t})$.

Детерминированные системы без последствия с входными сигналами двух классов

Расширение понятие системы идет по трем путям:

1. учет специфики воздействий;
2. учет последствий;
3. учет случайных факторов.

Учет специфики воздействий

Вводится понятие управляющих сигналов $u \in U$; $u=M(t)$, или если сигнал $u \in U$ описывается набором характеристик. $U = U_1 \times U_2 \times U_{L.}$

Отличие от предыдущего случая, то что множество моментов времени t_u и t_x могут не совпадать.

Вводится расширенное множество $X^{*}= X \times U$, таким образом состояние системы описывается вектором $x = (x, u) = (x_1, x_2, ... , x_n, u_1, u_2, ... , u_L)$.

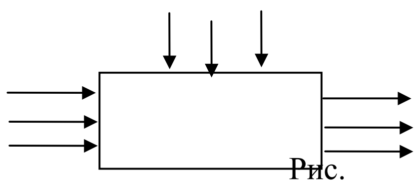

Рис.

С учетом этого предыдущие формулы приобретают вид.

оператор переходов:

$z(t)= H\{t,t0,z(t0), (t, x_L, u_M]_{t0}^{t}\}$, или

$z(t)= H\{t,t0,z(t0), (t, x_L]_{t0}^{t}, (t, u_M]_{t0}^{t} \}$, что соответствует отображению

$T \times T \times \{(t, x_L]_T\} \times \{(t, u_M]_T\} \to Z$.

Детерминированные системы с последствием

Большой класс систем характеризуется тем, что для представления их состояния необходимо знать состояние системы на некотором множестве моментов времени.

$z(t)= H\{t,(t_{B0}, z_{\omega})_{t0}, (t, x_L]_{t0}^{t}, (t, u_M]_{t0}^{t} \}$,

$\{(t, t0)\} \times \{(t_{B0}, z_{\omega})_{t0}\} \times Z \times \{(t, x_L]_T\} \to Z$.

Где $\{(t_{B0}, z_{\omega})_{t0}\}$ - семейство всевозможных состояний системы.

Стохастические системы

Системы функционирующие под воздействием случайных факторов, называются стохастическими. Для их описания вводится случайный оператор:

$\omega \in \Omega$ - пространство элементарных событий с вероятностной мерой P(A).

Случайный оператор H_1, переводящий множество X в множество Z:

$z = H_1(x, \omega)$, реализующий отображение множества Ω в множество $\{X \to Z \}$

Оператор переходов будет представлен соответственно:

$z(t)= H_1\{t,t0,z(t0, \omega_0), (t, x_L]_{t0}^{t}, \omega`\}$,

$y(t) = G_1(t, z(t), \omega``)$.

Где ω_0, ω', ω'' - выбираются из Ω в соответствии с $P_0(A)$, $P_x(A)$, $P_y(A)$.

При фиксированных ω', ω'' - система со случайными начальными состояниями.

При фиксированных ω_0, ω'' - система со случайными переходами.

При фиксированных ω_0, ω' - система со случайными выходами.