Модели сложных систем управления

Понятие «сложный» является одним из наиболее употребительных в различных практической и научной деятельности, в том числе в области моделирования СУ. Подобно понятию времени, нам кажется, что мы понимаем, что такое сложность, но это длится до тех пор, пока не возникает необходимость дать строгое определение сложности. Понятие сложности включает такие факторы, как противоинтуитивное поведение СУ, невозможность предсказания ее поведения без специального анализа и вычислений, уникальность и т.д.

По Г. Ню Поварову в зависимости от чисел элементов, входящих в систему, различимы 4 класса систем:

- малые (10,,,10^3 элементов);
- сложные (10^3...10^7 элементов);
- ультрасложные (10^7...10^{30} элементов);
- суперсистемы (10^{30}...10^{200} элементов);

Так как понятие элемента возникает относительно задачи и цели исследования системы, то и данное определение является относительным.

По С. Биру деление происходит в зависимости от способа описания детермированного; вероятного.

По А. И. Бергу сложная система описывается по крайней мере на двух различных языках, например теории ДУ и алгебры логики.

По А. А. Вавилову сложная СУ представляет собой множество взаимосвязанных и взаимодействующих между собой подсистем управления, выполняющих самостоятельные и общесистемные функции и цели управления.

По А. А. Воронину сложной системой можно называть такую, которая содержит по крайней мере два нелинейных элемента, ре сводимых к одному.

Четкой границы, отделяющей простые системы от сложных нет. Деление это условное и возникло из-за появления систем, обладающих функциональной избыточностью. Например, простая система может находится только в двух состояниях: состоянии работоспособности и состоянии отказа. При отказе какого-либо элемента простая система либо полностью прекращает выполнение своей функции, либо продолжает ее выполнение в полном объеме, если отказавший элемент резервирован. Сложная система при отказе отдельных элементов и даже целых подсистем не всегда теряет работоспособность, зачастую только снижаются характеристики ее эффективности. Это свойство сложных систем обусловлено их функциональной избыточностью и, в свою очередь, затрудняет формулировку понятия “отказ” системы.

Сложность – понятие многогранное, поэтому в различных проблемах проявляются разные аспекты сложности.

Одним из важных аспектов понятия сложности является ее двоякая природа. Следует различать структурную (статическую) сложность, включающую связность и структуру подсистем, и динамическую сложность , связанную с поведением системы во времени. Эти свойства, вообще говоря, независимы.

Даже в элементарных системах могут возникать совершенно неожиданные (и неприятные) явления, если сложность взаимосвязей не изучена должным образом. Парадоксальное поведение может быть вызвано вовсе не наличием нелинейности, стохастических эффектов, а порождается исключительно структурой системы, имеющимися связями и ограничениями, присущими компонентам системы.

Структурная сложность

Сущность понятия структурной сложности связана с тем, что компоненты (подсистемы) СУ связаны между собой запутанным. Трудным для непосредственного восприятия образом. Это типичный пример структурной сложности. При этом имеем дело только со структурой коммуникационных каналов и схемой взаимодействия компонент СУ, пренебрегая динамическими аспектами. Однако и в этом случае необходимо принять во внимание еще и другие аспекты связанности структуры.

Иерархия

Некоторые специалисты считают, что определяющим фактором при решении вопроса о сложности СУ является ее иерархическая организация. Число уровней иерархии в системе может служить приблизительной мерой ее сложности.

Схема связности

Важным аспектом сложности является способ, которым подсистемы объединяются в единое целое. Структура связности СУ определяет потоки передачи информации в структуре и ограничивает воздействия, которые может оказать одна часть системы на другую.

Например, если имеется система, заданная с помощью линейного ДУ вида

$$\mathring{U}=AU,\ U(0)=U_0$$

где A – матрица размера $n{\times}n$, то заполненн ость матрицы A (ее структура связности) в определенной мере отражает сложность процесса. Данный пример иллюстрирует, что большая размерность и высокая сложность СУ могут быть слабо коррелированны.

Порядок n СУ может быть очень большой, однако если A имеет простую структуру (диагональная), то уравнение представляет СУ малой сложности, в том смысле, что ее поведение легко предсказать и понять. Сложность может быть охарактеризована тщательным исследованием схем взаимодействия подсистем (схем связности), а не ее порядком.

Многообразие

Принцип необходимого многообразия Эшби, согласно которому многообразие выходных сигналов системы может быть достигнуто только с помощью достаточного многообразия входных воздействий также имеет непосредственное отношение к сложности СУ.

Можно назвать такую способность системы реализовать многие различные типы поведения – сложность управления, т. к. этот аспект сложности отражает меру способностей преобразовывать многообразие входных сигналов в многообразие выходных.

Принцип необходимого многообразия гласит, что

$$\frac{\text{Обще многообразие}}{\text{в поведении СУ}} \geq \frac{\text{Многообразие возмущений}}{\text{Многообразие управлений}}$$

Смысл этого утверждения таков: если необходимо, что СУ реализовала заданный вид поведения вне зависимости от внешних помех, то подавить многообразие в ее поведении можно, только увеличив множество управлений. Другими словами – многообразие может быть разрушено только многообразием. Это кибернетический аналог второго закона термодинамики.

Уровни взаимодействия

Относительная сила взаимодействия между различными компонентами СУ и уровнями иерархии.

В ряде случаев слабое взаимодействие, вообще говоря, повышают сложность системы, однако практически этими взаимодействиями часто можно пренебречь и таким образом получить менее сложную модель СУ.

Пример:

Этой системе можно приписать сложность 1, т. к. каждый жордановский блок матрицы коэффициентов имеет размер 1.

Близкой к ней системе

Можно приписать сложность 2, т. к. матрица коэффициентов имеет наибольший жордановский блок размера 2 для любого значения параметра ε!=0

Однако решение дляь второй системы при достаточно малых ε сколь угодно близко приближается к решению первой, поэтому ее сложность практически можно считать равной единице.

Динамическая сложность

Рассмотрим некоторые аспекты сложности, которые проявляются в динамическом поведении системы.

Случайность в сравнении с детерминизмом и сложностью

Можно сказать, что одним из основных интуитивный показателей сложности СУ является ее динамическое поведение, а именно: степень трудности наглядного объяснения и предсказания траекторий движущейся системы. В общем случае можно ожидать, что структурная сложность системы оказывает влияние на динамическое поведение системы, а следовательно, и на ее динамическую сложность. Однако обратное не верно. Система может быть структурно простой, т. е. иметь малую системную сложность, но ее динамическое поведение может быть чрезвычайно сложным.

Пример

Рассмотрим процесс, который является структурно простым, будучи в то же время динамически сложным

Правило порождения последовательность точек x0, x1, x2, … следующее: стороны вписанного в треугольника и диагональ используются как отражающие и пропускающие с преломлением. Процесс начинается с произвольной точки основания треугольника, кроме крайних и средней.

Приписывание каждой точке слева от середины основания треугольника число “0”, а каждой точке справа – “1”, получим последовательность чисел 0,0,1,0,0,1,…, порожденную этой детерминированной процедурой и математически неотличимую от последовательности, получаемой в распределении по закону Бернулли с параметром p=1/2 (другие значения p могут быть получены использованием прямых, отличных от диагонали квадрата).

Этот результат имеет определенное методическое и теоретическое значение. Действительно, если считать последовательность 0 и 1 выходом некоторого процесса, то не существует математического метода, позволяющего определить, является ли внутренний механизм, преобладающим вход и выход (последовательность 0 и 1), детермированным или стохастическим. Иными словами, если не заглядывать внутрь “чёрного ящика”, то никакие математические операции не могут помочь определить, является базисный механизм стохастическим или нет.

Пример подвергает серьёзному сомнению слишком категорическое утверждение о том, что глубинная природа физических процессов принципиально стохастична. Конечно, теория вероятности и статистика являются удобными инструментами для описания ситуаций, для которых характерна большая неопределённости. Однако нет априорных математических оснований полагать, что механизм, порождающий неопределённость, по своей природе непременно стохастичен.

Очевидно, что если интерпретировать динамическую сложность как способность предсказать поведение системы, то рассмотренный процесс очень сложен, так как наблюдаемый выход полностью случаен.

<u>Шкалы времени</u>

Другим важным аспектом динамической сложности является вопрос о различных шкалах времени для различных частей процесса. Часто возникают такие ситуации, когда скорости изменения компонент одного и того же процесса различны: одни компоненты изменяются быстрее, другие – медленнее.

Типичным примером такого процесса является регулирование уровня воды в системе водохранилищ. Для управления на уровне индивидуального распределения воды требуется принимать решения ежедневно (или даже ежечасно), хотя решение об общем потоке воды через вход-выход принимается раз в месяц или раз в квартал.

Проблема различных шкал времени напоминают проблему интегрирования “жестких” систем ДУ или когда имеем дело с некорректной проблемой.

Пример не корректности представляет линейная система

$$\underline{X''-25*x=0,\ x(0)=1,\ x'(0)=-5.}$$

<u>Теоретическое решение</u>

$X(t)=e^{-5t}$.

Однако при решении этой задачи численными методами в вычисления выйдет дополнительный член

$X(t)=e^{-5t}$

С малым множителем ε. Т.о. в действительности вычисляется

$X^*(t)=e^{-5t}+\varepsilon e^{5t}$.

Если t (или ε) достаточно мало, то всё в порядке; однако когда ошибка округления слишком велика (большое ε) или когда желательно найти решение на большом интервале t, то преобладающим в решении будет член x(t).

В ряде случаев трудности могут быть связаны не с вычислительными процедурами, а самим решением системы. Для примера “жесткая” система

$X_1'=x_1+2x_2,\ x_1(0)=0,$

$X_2=-10\ X_2,\ X_2(0)=1$

<u>Имеет решение</u>

$X_1(t)=-2/11[e^{-10t}-e^{-t}],$

$X_2(t)=e^{-10t}.$

Таким образом, первая компонента процесса изменяется на порядок быстрее, чем вторая, и любая попытка рассчитать траекторию системы численно требует использования такого малого шага интегрирования, который позволяет аккуратно отследить “быструю” компоненту.

Это явление “жёсткости” в системах, очевидно, оказывает влияние на динамическую сложность системы, так как точное предсказание поведения системы требует дополнительных затрат на вычисление.
Приведённые примеры еще раз подтверждает, что большой порядок системы (большое число компонентов) не обязательно означает большую сложность системы и наоборот. Сложность это слишком тонкое понятие, чтобы описывать его исключительно в понятиях размерности.
Пример
Пусть имеется совокупность из n элементов. Если они изолированы, не связаны между собой, то эти n элементов не являются системой. Для изучения этой совокупности достаточно провести не более чем n исследований с каждым элементом. В общем случае в системе со взаимными связями между компонентами необходимо исследовать n(n-1) связей. Если состояние каждой связи охарактеризовать в каждый момент времени наличием или отсутствует или отсутствует, то общее число состояний системы будут равно $2^{n(n-1)}$.
Например, если n=10, то число связей n(n-1)=90, число состояний $2^{90}\approx 1{,}3*10^{27}$.
Изучение такой ССУ путем непосредственного обследования ее состояния оказывается весьма сложным. Следовательно, необходимо разрабатывать компьютерные методы, позволяющие сокращать число обследуемых состояний.

Модели сложных систем управления (по Вавилову А.А)

В соответствии с определением, введенным А.А. Вавиловым, сложная система управления (ССУ) S^{Σ} представляет собой множество взаимосвязанных и взаимодействующих между собой подсистем управления S^m, выполняющих самостоятельные и общесистемные функции и цепи управления.
На каждую из подсистем S^m ССУ возлагаются самостоятельные и общесистемные функции, связанные с генерированием и преобразованием энергии, переносом потоков жидкости и газов, передачей и преобразованием информации.
Цепи управления определяет необходимый закон изменения заданных переменных или некоторых характеристик подсистемы управления S^m в условиях ее функционально-целевого причинно следственного взаимодействия с внешней средой и другими подсистемами.
Принципиальных особенность модели ССУ – кроме причинно следственной информации модель ССУ S^{Σ} содержит дополнительную функционально-целевую информацию о подсистеме S^m и комплексах Z^p, интеграцией которых образована сложная система.
На рис. представлена модель комплекса Z^p ССУ, образованного на моделях M^1_{FSF}, M^2_{FSF}, M^3_{FSF} подсистем S^1, S^2, S^3 посредством связей между ними.
Такая упорядоченная многоуровневая функционально-структурная интеграция элементов (звеньев) {Fi}. {Wi}, подсистем S^m и комплексов Z^p обеспечивает высокий уровень организации ССУ.
Нулевому (L=0) уровню интеграции ССУ соответствует причинно-следственная модель с максимальной топологической определенностью, например, обычный сигнальный граф G^{Σ}.
Первому (L=1) уровню функционально-стрктурной интеграции соответствует выделение подсистем, которые обладают всеми системными свойствами с другими подсистемами обеспечивают коллективное поведение, направленное на достижение целей всей системы.

Второму (L=2) уровню соответствует интеграция некоторых подмножеств подсистем $\{ S^m; m=1,2,\ldots,M\}$ и множества их взаимосвязей

$\{F^{mn}_{r\gamma}; m, k\in 1,\ldots,M; m!=k; r=1,\ldots,n^k{}_f\}$

в комплексы: $Z^p=<\{ S^p; m=1,\ldots,M\};\{F^{mn}; m; k\in 1,\ldots,M; m!=k\}>$

$p=1,2,\ldots$, и т.д.

Необходимым условием образования комплекса L-ого уровня интеграции $Z^p{}_L$ является включение в него хотя бы одного комплекса (L-1)-го уровня интеграции.